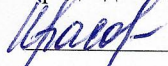


муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение «Школа № 86 имени дважды Героя
Социалистического Труда В.Я. Литвинова» городского округа Самара

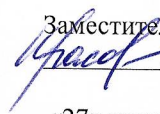
РАССМОТРЕНО

на заседании МО учителей
математики и информатики
Председатель МО

 /Красовский Д.А.
Протокол №1 от
«26» августа 2025 г.

ПРОВЕРЕНО

Заместитель директора по УВР
Красовский Д.А.

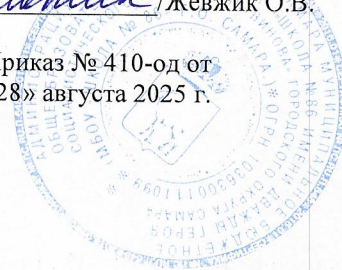

«27» августа 2025 г.

УТВЕРЖДЕНО

Директор МБОУ-Школы № 86
г.о. Самара

 /Жевжик О.В.

Приказ № 410-од от
«28» августа 2025 г.



Рабочая программа внеурочной деятельности

«От степеней до логарифмов»

11 класс

Направление: по выбору обучающихся, по учебным предметам образовательной программы.
Форма организации: факультатив.
Класс: 11.
Срок реализации: 1 год.

Рабочая программы по дисциплине «Решение математических задач» разработана в соответствии с Примерной программой основного общего образования по математике, с учётом требований федерального компонента государственного стандарта общего образования, и основана на авторской программе линии Ш.А. Алимова.

Программу составила
учитель математики
Посельская Е.Н.

Самара, 2025г.

Пояснительная записка

Рабочая программа по курсу внеурочной деятельности «От степеней до логарифмов» для 11 класса составлена на основе примерной программы среднего (полного) общего образования и на основе кодификатора требований к уровню подготовки выпускников по математике, кодификатора элементов содержания по математике для составления КИМов ЕГЭ 2023г. Содержание программы соответствует общеинтеллектуальному направлению внеурочной деятельности.

Программа рассчитана на один год обучения в объёме 34 часа (по 1 часу в неделю).

Курс является предметно-ориентированным для учащихся 11 класса и направлен на формирование умений и способов деятельности, связанных с решением задач повышенного уровня сложности; на удовлетворение познавательных потребностей и интересов старшеклассников в различных сферах человеческой деятельности; на развитие навыков самообразования; на углубление, расширение и систематизацию знаний в выбранной области научного знания и позволяет начать целенаправленную подготовку к сдаче ЕГЭ профильного уровня.

Предметом настоящего учебного курса является практика решения более сложных иррациональных, показательных и логарифмических уравнений и неравенств. Актуальность заявленной темы объясняется расхождением между ограниченными возможностями базового курса и требованиями, предъявляемыми при поступлении в высшие учебные заведения. На занятиях добавляются новые, интересные способы и приёмы решения, которые должны помочь ученику впоследствии увидеть «идеи» при поиске способа решения конкурсной задачи или задачи профильного уровня ЕГЭ. (см. приложение 1)

Цели курса:

-углубить и систематизировать знания учащихся по решению иррациональных, показательных и логарифмических уравнений и неравенств.

Задачи курса:

- создание условий для формирования и развития у обучающихся самоанализа, обобщения и систематизации полученных знаний и умений, необходимых для применения в практической деятельности;
- познакомить с различными методами и приёмами решения уравнений и неравенств, выходящих за рамки школьного учебника математики;
- научить применять полученные знания при выполнении нестандартных заданий;
- повысить самооценку учащимися собственных знаний по математике;
- продолжить формирование интереса к предмету через решение задач повышенной сложности; развития навыков самостоятельной работы и творческих способностей школьников.

Для реализации целей и задач данного элективного курса предполагается использовать чередование лекционной формы обучения и выполнение тренировочных упражнений по решению уравнений и неравенств, практикумы, работу в парах и группах. Основное внимание следует уделить исследовательской деятельности учащихся, которая может быть реализована как на занятиях в классе, так и в ходе самостоятельной работы. Организация на занятиях должна несколько отличаться от урочной: ученику необходимо давать время на размышление, учить рассуждать, выдвигать гипотезу. В курсе заложена возможность дифференцированного обучения.

Ожидаемые результаты обучения:

В результате прохождения курса, учащиеся смогут:

- точно и грамотно формулировать теоретические положения и излагать собственные рассуждения
- работать с различными источниками информации;

- выбирать основные приёмы и методы решения иррациональных, показательных и логарифмических уравнений и неравенств;
- анализировать результаты, делать умозаключения;
- использовать на практике нестандартные методы решения уравнений и неравенств;
- представлять результаты своей деятельности, участвовать в дискуссии;
- повысить уровень своей математической культуры, творческого развития, познавательной активности.

Содержание программы.

1. Показательные уравнения, содержащие взаимно-обратные выражения. Замены при решении таких уравнений. Метод оценок при решении показательных уравнений. Графическое решение более сложных показательных уравнений.

3.3 Решение однородных уравнений. Замены(2ч).

Интересные замены вида $2^x + 2^{-x} = t$ при решении показательных уравнений.

Замены в логарифмических уравнениях, приводимые к решению однородных уравнений.

Случаи нестандартных замен в показательных уравнениях.

3.4 Потеря и приобретение корней при решении логарифмических уравнений. Переход к новым основаниям(2ч).

Рассмотрение формул $\log_a (f(x))^{2k} = 2k \log_a |f(x)|$, где $k \in \mathbb{Z}$, $k \neq 0$ и

$$\log_{a(x)} f(x) = \frac{\log_{b(x)} f(x)}{\log_{b(x)} a(x)}$$

$$\log (a(x))^{2k} = \frac{1}{2k} \log |a(x)| f(x)$$

Получение и решение уравнений равносильных для исходных с применением этих формул.

Рассмотрение формулы. Потеря и приобретение корней при решении логарифмических уравнений с использованием этой формулы. Логарифмические уравнения, решаемые с применением формулы:

$U^{\log_a V} = V^{\log_a U}$ ($U > 0$, $V > 0$, $a > 0$, $a \neq 1$). Нестандартные логарифмические уравнения.

3.5 Решение показательных и логарифмических уравнений по материалам ЕГЭ (1ч)

3.6 Практикум 2 «Решение показательных и логарифмических уравнений» (2ч). Решение уравнений с использованием всех изученных методов.

4. Решение иррациональных, показательных и логарифмических неравенств (11ч).

4.1 Основные свойства и решение иррациональных неравенств (2ч).

Классическая схема решения иррациональных неравенств вида

$\sqrt{f(x)} < g(x)$ и $\sqrt{f(x)} > g(x)$. Решение более сложных иррациональных неравенств, содержащих несколько корней. Решение неравенств вида

$\sqrt{f(x)} \cdot m(x) \geq 0$ и $\sqrt{f(x)} \cdot m(x) \leq 0$, где $m(x)$ - алгебраическое или дробно- рациональное неравенство.

4.2 Решение иррациональных неравенств с использованием свойств, входящих в них функций (2ч). Использование монотонности функции; её ОДЗ; графиков.

4.3 Замены при решении логарифмических, показательных и иррациональных неравенств (2ч).

4.4 Решение иррациональных, показательных и логарифмических неравенств методом интервалов (2ч).

Решение неравенств вида $f(x) \cdot g(x) \geq 0$, $\frac{f(x)}{g(x)} \leq 0$ с помощью составления систем или методом интервалов.

4.5 Решение показательных и логарифмических неравенств по материалам ЕГЭ (2ч).

4.6 Семинар «Нестандартные уравнения и неравенства» (1ч). Представление «копилки» интересных уравнений и неравенств; отдельные сообщения учащихся.

Учебно-тематический план.

№ урока	Темы, содержание	Количество часов		
		Теория	Практика	
Решение алгебраических уравнений и неравенств. (2ч)				
1-2	Решение алгебраических уравнений и неравенств с помощью замены неизвестных. Решение уравнений высших степеней.	1	1	
Решение иррациональных уравнений. (10ч)				
3-4	Метод ОДЗ. Метод оценки. Использование свойств функции.	1	1	
5-6	Возведение в степень обеих частей иррационального уравнения. Переход к решению систем уравнений.	1	1	
7-8	Разложение на множители при решении иррациональных уравнений. Замены.	1	1	
9-10	Освобождение от иррациональности при решении уравнений. Деление или умножение уравнения на выражение с неизвестной.	1	1	
11	Решение иррациональных уравнений по материалам ЕГЭ.		1	
12	Практикум №1 «Решение иррациональных уравнений»		1	
Показательные и логарифмические уравнения. (11)				
13-14	Использование свойств функции. Графический способ. Решение уравнений как квадратное относительно выбранной величины.	1	1	
15-16	Использование взаимно-обратных величин в заменах. Метод оценок.	1	1	
17-18	Решение однородных уравнений. Замены.	1	1	

19-20	Потеря и приобретение корней при решении логарифмических уравнений.	1	1
21-22	Решение показательных и логарифмических уравнений по материалам ЕГЭ	1	1
23	Практикум №2 «Решение показательных и логарифмических уравнений».		1
Решение неравенств. (11)			
24-25	Основные свойства и решение иррациональных неравенств.	1	1
26-27	Решение иррациональных неравенств с использованием свойств, входящих в них функций.	1	1
28-29	Замены при решении иррациональных, показательных и логарифмических неравенств.	1	1
30-31	Решение неравенств и их комбинаций методом интервалов.	1	1
32-33	Решение неравенств по материалам ЕГЭ	1	1
34	Семинар «Нестандартные уравнения и неравенства».		1
	Итого:	15	19

Литература:

1. Авдонин Н.И. 30 уроков репетитора по математике [по материалам вступительных экзаменов в ВУЗы]. Учебное пособие. – Н. Новгород; издательство «Век», 1997.
2. Авдонин Н.И. Математика 2000: Предварительное тестирование (по материалам предварительного тестирования перед вступительными испытаниями 2000г. в ННГУ). – Н. Новгород, 2000.
3. Башмаков М.И. Уравнения и неравенства. – М.: Наука, 1976.
4. Виленкин Н.Я., Шибасов Л.П., Шибасова З.Ф. За страницами учебника математики. Арифметика. Алгебра. Геометрия. Книга для учащихся 10-11 кл. общеобразовательных учреждений. – М.: Просвещение, 1996.
5. Галицкий М.Л., Мошкович М.М., Шварцбурд С.И. Углубленное изучение курса алгебры и математического анализа: Методические рекомендации и дидактические материалы: пособие для учителя. – М.: Просвещение, 1990.
6. Зильберберг Н.И. Алгебра –9. Для углубленного изучения математики. Учебное пособие. – Псков: Издательство псковского областного института усовершенствования учителей, 1993.
7. Ивлев Б.М., Абрамов А.М., Дудницын Ю.П. и др. Задачи повышенной трудности по алгебре и началам анализа. – М.: Просвещение, 1995.

8. Курош А.Г. Алгебраические уравнения произвольных степеней. – М.: Наука, 1983.
9. Литвиненко В.Н., Мордкович А.Г. Практикум по элементарной математике: Алгебра. Тригонометрия – М.: Просвещение, 1991.
10. Никольская И.Л. Факультативный курс по математике. – М.: Просвещение, 1991.
11. Олешник С.Н. и др. Уравнения и неравенства: Нестандартные методы решений. Учебно-методологическое пособие 10-11 кл. – М.: Дрофа, 2001.
12. Сборник задач по математике для конкурсных экзаменов во ВТУЗы /Под ред. М.И. Сканави. – М.: 1972.
13. Шарыгин И.Ф. Факультативный курс по математике. Решение задач. – М.: Просвещение, 1989.
14. Шарыгин И.Ф., Голубев В.И. Факультативный курс по математике. Решение задач. – М.: просвещение, 1991.
15. Шахмейстер А.Х. Логарифмы. Пособие для школьников, абитуриентов и учителей /под ред. Б.К. Зива. – С.-Петербург, Москва. 2005.
16. Шахмейстер А.Х. Иррациональные уравнения и неравенства. Пособие для школьников, абитуриентов и учителей /под ред. Б.К. Зива. – С.-Петербург, Москва. 2005.

Некоторые приложения к курсу внеурочной деятельности «От степеней до логарифмов»

Приложение 1.

Таблица.

1) Универсальные методы и приемы решения иррациональных, показательных и логарифмических уравнений.

- | |
|--|
| <ol style="list-style-type: none">1. Использование свойств функции.2. Графический метод.3. Разложение на множители.4. Деление обеих частей уравнения на выражение, содержащее неизвестную.5. Метод оценок.6. Решение уравнения как квадратное.7. Интересные замены.8. Использование логических рассуждений. |
|--|

2) Способы решения, характерные только для определенного класса уравнений.

Для иррациональных уравнений:

- | |
|--|
| <ul style="list-style-type: none">- Домножение на сопряженное выражение- Возведение иррационального уравнения в нужную степень- Метод ОДЗ- Сведение к системе алгебраических уравнений. |
|--|

Для показательных и логарифмических уравнений:

- | |
|--|
| <ul style="list-style-type: none">- Использование взаимно-обратных величин в заменах- Логарифмирование обеих частей уравнения- Использование прогрессий- Рассмотрение логарифмических уравнений, в которых происходит потеря (или приобретение корней). |
|--|

Приложение 2.

Задания для практикума №1 по теме «Решение иррациональных уравнений».

1) Задания для устной работы (Определить способы решения уравнений).

1. $\sqrt{x-5} + \sqrt{7-x} = 2$
2. $\sqrt[3]{2-x} = 1 - \sqrt{x-1}$
3. $\sqrt[4]{13x+1} + \sqrt[4]{4x-1} = 3\sqrt[4]{x}$
4. $\sqrt{x^2+5x+3} - \sqrt{x^2+3x+2} = 2x+1$
5. $\sqrt{x^2+x+4} + \sqrt{x^2+x+1} = \sqrt{2x^2+2x+9}$

2) Задания, выполняемые письменно:

1. $\sqrt[3]{x+1} + \sqrt[3]{3x+1} = \sqrt[3]{x-1}$
2. $\sqrt{3y^2+6y+7} + \sqrt{5y^2+10y+14} = 4 - 2y - y^2$
3. $\sqrt[3]{(5+x)^2} + 4\sqrt[3]{(5-x)^2} = 5\sqrt[3]{25-x^2}$
4. $\sqrt{2x+3} + \sqrt{x+1} = 3x + 2\sqrt{2x^2+5x+3} - 16$
5. $\frac{\sqrt{x^2+1} + \sqrt{x^2-1}}{\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1}} + \frac{\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1}}{\sqrt{x^2+1} + \sqrt{x^2-1}} = 4\sqrt{x^2-1}$
6. $(x-2)(x+1) - (x-2)\sqrt{\frac{x+1}{x-2}} = 2$

Карточка для самостоятельной исследовательской работы по теме «Иррациональные уравнения».

1. $\sqrt[4]{2x-4} + \sqrt[3]{x+6} = 2 - \sqrt{2-x}$
2. $5\sqrt[3]{(2-x)^2} + \sqrt[3]{(7+x)^2} - \sqrt[3]{(7+x)(2-x)} = 3$
3. $5\sqrt[3]{x^5\sqrt{x}} + 3\sqrt[3]{x^3\sqrt{x}} = 8$
4. $x\sqrt{x} + x(x-1) = 2(x-1)^3$
5. $\frac{\sqrt{27+x} + \sqrt{27-x}}{\sqrt{27+x} - \sqrt{27-x}} = \frac{27}{x}$
6. $\sqrt{x-2} + \sqrt{4-x} = x^2 - 6x + 11$

Задания для практикума №2 по теме «Решение показательных и логарифмических уравнений».

1) Задания для устной работы (Определить способы решения уравнений):

1. $\log_2(x+6) = -2x+7$
2. $\log_3 x^2 + \log_{x^4} 27 = 2,5$
3. $2^{x^2-2x} = 3^{x-2}$

$$4. |x-3|^{3x^2-10x+3} = 1$$

$$5. 9^x + 6^x = 2^{2x+1}$$

2) Задания, выполняемые письменно:

$$1. \left(\sqrt{(2+\sqrt{3})^2} \right)^x + \left(\sqrt{2-\sqrt{3}} \right)^x = 3 \left(\sqrt{2+\sqrt{3}} \right)^x + 3$$

$$2. \log_6(x^2+9) - \log_6 x = 6x - x^2 - 8$$

$$3. x^2 - 2 \left(\log_{\frac{1}{2}} x + 2 \right) \cdot x + \log_{\frac{1}{2}}^2 x + 4 \log_{\frac{1}{2}} x + 3 = 0$$

$$4. \log_{\sqrt{3}} x + \log_{\sqrt[4]{3}} x + \log_{\sqrt[6]{3}} x + \dots + \log_{\sqrt[16]{3}} x = 36$$

$$5. 9^x + 9^{-x} - 3^{x+1} - 3^{1-x} + 4 = 0$$

$$6. \lg(x+10) + \frac{1}{2} \lg x^2 = 2 - \lg 4$$

Карточка для самостоятельной исследовательской работы по теме
«Показательные и логарифмические уравнения».

$$1. |x-1|^{\lg^2 x - \lg x^2} = |x-1|^3$$

$$2. \left(\sqrt{4+\sqrt{15}} \right)^x + \left(\sqrt{4-\sqrt{15}} \right)^x = (2\sqrt{2})^x$$

$$3. 3^{x-1} \cdot x^2 + (3^x - 2^x) \cdot x = 2^{x+1} - 2 \cdot 3^{x-1}$$

$$4. \sqrt{\log_2(x^2 - 14x + 49)^8} + 6 \log_4 \sqrt{14 - 2x} = 7$$

$$5. 27 \cdot 2^{-3x} + 9 \cdot 2^x - 2^{3x} - 27 \cdot 2^{-x} = 8$$

$$6. 3^x + 3^{-x} = 2^{1-\sqrt{x^2-x}}$$

$$7. 5 \log_{\frac{x}{9}} x + \log_{\frac{9}{x}} x^3 + 8 \log_{9x^2} x^2 = 2$$

Карточка для самостоятельной исследовательской работы по теме «Неравенства».

$$1. \frac{(7x^2 - 10x + 3) \lg^2(x+1)}{2 - 5^x} > 0$$

$$2. (x-3)(x-5)\sqrt{x^2 - 10x + 24} \leq 0$$

$$3. (x^2 + x + 1)^{\frac{x+5}{x+2}} \geq (x^2 + x + 1)^3$$

$$4. \frac{1}{\log_2^2 x - 5 \log_2 x + 6} > 1 \frac{1}{2}$$

$$5. \log_{2^x} \left(\frac{1}{17} \cdot 2^{2x+1} + \frac{8}{17} \right) \geq 1$$

$$6. \log_{|x|} \frac{|3x-4|}{x-1} < 1$$

$$7. 3 \cdot 4^x - 5 \cdot 6^x + 2 \cdot 9^x > 0$$

$$8. (2^{2x+1} - 9 \cdot 2^x + 4) \lg^2(x+3) > 0$$